

# DETERMINACIÓN DE PRECIOS ÓPTIMOS DE UNA CATEGORÍA PARA UNA CADENA DE SUPERMERCADO<sup>1</sup>

## CATEGORY PRICING OPTIMIZATION FOR A SUPERMARKET CHAIN

GUSTAVO CRUZ VARGAS<sup>1</sup>

LUIS ABURTO LAFOURCADE<sup>2</sup>

CLAUDIO PIZARRO TORRES<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Penta Analytics S.A. Marchant Pereira 201, of. 704, Santiago. Chile. [gcruz@analytics.cl](mailto:gcruz@analytics.cl);

<sup>2</sup> Dpto. de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. República 701. Santiago. Chile. / Penta Analytics S.A. Marchant Pereira 201, of. 704, Santiago. Chile. [laburto@dii.uchile.cl](mailto:laburto@dii.uchile.cl), [luaburto@analytics.cl](mailto:luaburto@analytics.cl)

<sup>3</sup> Dpto. de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. República 701. Santiago. Chile. / Penta Analytics S.A. Marchant Pereira 201, of. 704, Santiago. Chile. [cpizarro@dii.uchile.cl](mailto:cpizarro@dii.uchile.cl), [cpizarro@pentaretail.cl](mailto:cpizarro@pentaretail.cl)

### RESUMEN

El trabajo se centra en la construcción de una metodología que determine precios óptimos de una categoría, a través de datos transaccionales, que mejoren la estimación de elasticidades y agilicen la optimización de precios, para aumentar los ingresos o márgenes de las categorías. Para ello se analizan modelos de regresiones doble-log obteniendo elasticidades precio-demanda que sirvan de entrada a modelos de optimización. Para la determinación de precios se utilizan modelos de optimización no lineal. Como resultado, se determina que el mejor modelo regresivo incluye elasticidades cruzadas, previo análisis factorial, identificando elasticidades estables que diferencian productos sustitutos y complementarios además de agilizar el proceso dada la agregación de datos. Este modelo presentó error MAPE promedio de un 16%. El modelo de optimización que maximiza ingreso determinó precios que aumentan en un 16% el ingreso y en un 25% el margen, mientras que el que maximiza margen determinó precios que incrementan en un 8% el ingreso y en un 47% el margen. Como conclusión, se establece que se pueden reducir los tiempos de aplicación de la metodología, además utilizar modelos de elasticidades cruzadas mejoran la productividad y aseguran una mejor interpretación y análisis del comportamiento de los consumidores.

**Palabras clave:** Precios, Elasticidades, Optimización No Lineal.

---

<sup>1</sup> Este trabajo se deriva de la participación de sus autores en un proyecto de investigación financiado por FONDEF D06I1015, titulado "Determinación de precios Óptimos de una Categoría para una Cadena de Supermercado".

## ABSTRACT

This paper focuses on building a methodology to determine optimal prices in a category, through transactional data, which improve the estimation of elasticity and accelerate the optimization of prices to increase revenues or margins of the categories. There is an analysis of double-log regression models getting price-demand elasticities to serve as input to models optimization. For pricing models are used nonlinear optimizations. the results show that the best regressive model includes cross-elasticities, after factor analysis, identifying stability on elasticities and differentiation between substitutes and complementary products, additionally accelerate the process due to data aggregation. This model gave an average error MAPE 16%. The model maximizing revenue optimization determined prices that increase a 16% the revenues and a 25% margin, while maximizing margin found prices that increased by 8% the revenues and by 47% the margin. In conclusion, states that can reduce the time application of the methodology, models also use elasticities cross enhance productivity and ensure better interpretation and analysis of consumer behavior.

**Key Words:** Prices, Elasticity, Nonlinear Optimization.

## 1. INTRODUCCIÓN

Una de las principales decisiones tácticas de marketing es la determinación de precios, hoy en día los retail fijan los precios de las categorías de acuerdo a los costos, la competencia o al lugar que quieren ocupar en el mercado, lo cual otorga el poder de decisión a los proveedores o hace que se pierdan opciones de diferenciación, mayores márgenes, etc. Sin embargo, se podría llegar a obtener mayores beneficios si la fijación de precios fuera en función del rol de cada categoría y de los gustos, preferencias y elasticidades que afectan en las decisiones de compra de los consumidores (Bustos, 2004).

Dentro de las soluciones que se plantean para poder estimar los precios para una categoría, existen parámetros que son fundamentales para poder definir los modelos que fijarán los precios, dichos parámetros son las elasticidades, las cuales involucran el grado de respuesta de la cantidad demandada frente a un cambio en el precio del bien, y por lo tanto, la variación del ingreso total que recibe el vendedor. Además, Reibstein & Gatignon (1983) han mostrado que la inclusión de las elasticidades en los modelos permiten obtener mejores estimaciones que si no se incluyeran. Debido a la gran relevancia en la estimación de estos parámetros es que el estudio se centra en extender modelos anteriormente usados para ser aplicados no tan solo a una sala de ventas, sino a varias salas de una cadena de supermercado, de manera de hacer micro marketing, aprovechando mejor los datos, reduciendo los costos y el tiempo requerido para la estimación de las elasticidades y precios óptimos de una categoría.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO

Debido a que el precio es una de las variables más efectivas que los gerentes de las compañías pueden manipular para aumentar o disminuir la demanda en un corto plazo es que investigadores han notado que problemas clásicos de optimización deben estar ligados a las actividades de marketing, sobre todo en las decisiones de precio. Las empresas también están preocupadas por ello, las cuales si bien han invertido recursos y capacidades en estos problemas

aún pierden dinero desaprovechando ventas o por exceso de inventario, debido a que aún no poseen buenas políticas de precios que permitan vender los productos en el momento deseado. Por lo anterior, muchos están dispuestos a investigar como la demanda afecta sus utilidades, revisar sus políticas de precios e invertir en metodologías de pricing que les ayuden a resolver dichos intereses (Elmaghraby & Keskinocak, 2003).

Como una forma de generar beneficios en los ingresos y/o márgenes en las ventas del producto en el cual se aplican estas políticas, es que este trabajo busca establecer una metodología para el cálculo de elasticidades precio cruzadas que logren mejorar, agilizar y aprovechar el proceso de estimar el vector de precios óptimos. A través de datos transaccionales, se estudia el comportamiento de los clientes, de tal forma de conocer los factores que influyen en su decisión de compra y la sensibilidad que tiene el consumidor ante cambios en los precios de cada uno de los productos mediante la calibración de distintos modelos, en particular en este estudio se busca adaptar un modelo de regresiones y extenderlo para que pueda ser aplicado a varias salas de una cadena de supermercado.

Este trabajo intenta abordar los puntos antes mencionados, intentando reducir el tiempo necesario para obtener los precios bases, no tan solo para una sala sino que para toda una cadena de supermercado, aprovechando mejor los datos y reduciendo costos y tiempos de respuesta al querer implementar políticas de precios en las salas de venta. Para poder cumplir con lo anterior se debe establecer una metodología mediante la cual se extiendan los modelos de regresiones para el cálculo de elasticidades enfocándolos y agregándolos a un grupo de salas de una cadena de supermercado y luego optimizar los precios, la metodología indicará cada paso para obtener, en primer lugar, el modelo agregado que estime las elasticidades y posteriormente la obtención de los precios deseados, validándola con resultados de la aplicación a datos transaccionales de un grupo de salas de un supermercado. Dentro de los pasos se aplican las etapas de selección, preprocesamiento y transformación de datos, para luego ser introducidos a los modelos construidos. Finalmente se realizará un análisis de los resultados de los modelos obteniendo conclusiones y recomendaciones.

### **3. METODOLOGÍA UTILIZADA**

La metodología a utilizada es una adaptación de la metodología KDD, esta se basa en 5 pasos y que son adaptados para la aplicación en el trabajo.

#### **3.1. Selección de Datos**

En esta primera etapa se selecciona el subconjunto de datos transaccionales de una empresa de retail que se utilizará para la validación de los modelos y que permitan cumplir los objetivos planteados. Por datos transaccionales se entienden los datos del Point Of Sales (POS), donde se registra la información de compra de los clientes, para este caso en particular se usaron datos de un grupo de salas de venta previamente segmentada mediante segmentación no jerárquica (k-means) según presencia en tickets y variación en precios. Se utilizaron 2 años de datos transaccionales y la categoría en estudio fue escogida de tal manera de contar con los datos necesarios y que los resultados logren impactar, es por esto que se ocupa la categoría fideos la cual cuenta con una alta presencia en boletas y altos montos de ventas. Dentro de esta categoría se escogen aquellos productos que sean transversales a la cadena y que representen el 80% de los ingresos.

### 3.2. Preprocesamiento de Datos

Una vez seleccionados los datos que se utilizarán, se deben limpiar, detectando, filtrando y tratando datos erróneos, datos faltantes, datos fuera de rango, etc. Todo ello con el objeto de eliminar factores que puedan influir en los resultados del estudio.

### 3.3. Estimación de demanda: Obtención de Parámetros

En esta etapa las variables son transformadas con el objeto de ser introducidas en el modelo de determinación de precios. No son los datos en sí los que serán introducidos al modelo de optimización, sino que serán parámetros que se obtendrán a partir de ellos. Estos parámetros son a nivel de SKU y se obtienen a partir de regresiones lineales. Los parámetros principales a obtener de las regresiones son las elasticidades propias y cruzadas, por lo cual también servirán para realizar un análisis de los sku y sus comportamientos.

El objetivo de este punto es determinar de la mejor manera la relación que existe entre la cantidad demandada semanal a nivel de SKU y las distintas variables que pudieran influir en ella por ello se escogen regresiones doble Log para facilitar la rápida interpretación de las elasticidades.

De estudios anteriores se tiene que los modelos que arrojaron mejores resultados son regresiones doble Log debido principalmente a la precisión e interpretabilidad, diferenciándose en las variables que explicarían el comportamiento de la demanda. En una primera instancia solo se utilizó el vector de precios semanales de la categoría (los precios de cada SKU que compone la categoría) (Bustos, 2006). Posteriormente se agregaron variables dummies explicativas, lo cual mejoró sustancialmente los ajustes (Villaman, 2008). Dado lo anterior es que se se enfocará en los modelos de regresión doble Log utilizando como variables independientes tanto el vector de precios de la categoría como variables dummies explicativas para la obtención de parámetros, pero ocupando las variables agregadas a nivel cadena o grupo de sucursales.

Las variables dummies a utilizar serán para identificar feriados, vísperas de feriado, fines de mes, quincenas, sándwich, aumentos o disminuciones importantes en los precios, etc. Y los modelos a probar serán regresiones doble log, es decir son relaciones lineales entre los logaritmos de las variables, sin embargo se diferenciarán en las variables independientes a utilizar.

Se probarán tres modelos, uno igual al de un estudio anterior aplicándolo para todos los sku y otros dos donde se modificarán las variables independientes y corriendo el modelo para grupos de sku. El detalle de los modelos se presenta a continuación:

- Modelo de regresión doble log utilizando como variables independientes variables dummies que busquen explicar tendencias, peaks, estacionalidades, etc., además del vector de precios de la categoría y un término autorregresivo de la demanda, es decir se aplicará un modelo similar al de Villaman, (2008). Sin embargo, este modelo utilizaría muchas variables independientes en relación a la cantidad de datos con los que se dispone, lo cual da indicios de una sobreestimación y podría provocar errores de ajuste.

$$\ln(Q_i) = \alpha_i + \sum_{j=1}^N \beta_{ij} \times \ln(P_j) + \sum_{l=1}^L \varepsilon_{il} \times \delta_l + \theta_i \times \ln(Q_i(t-1)) \quad \forall i \quad (1)$$

Donde:

$Q_i$ : Demanda Semanal del SKU  $i$   
 $\alpha_i$ : Coeficiente posicional de la demanda del SKU  $i$   
 $\beta_{ij}$ : Elasticidad Precio Cruzada entre la demanda del SKU  $i$  y el precio del SKU  $j$   
 $P_j$ : Precio del SKU  $j$   
 $\varepsilon_{il}$ : Coeficiente de proporcionalidad de la variable dummie  $l$  para el SKU  $i$   
 $\delta_l$ : Variable dummie explicativa  $l$   
 $\theta_i$ : Coeficiente de proporcionalidad del termino autorregresivo de SKU  $i$   
 $t$ : Semana  $t$

Este modelo presenta problemas de multicolinealidad y se pudo observar que el término autorregresivo no ayudó mucho a mejorar el ajuste. Por esto es que para hacerse cargo de los problemas antes mencionados se proponen dos modelos, para los cuales, como una forma de seleccionar mejor las variables a introducir en los modelos, se deben analizar las correlaciones entre las demandas de los sku en estudio, luego se propone realizar una segmentación de las sucursales de mayor relevancia para la cadena, de esta forma se busca aplicar el modelo a grupos de sku donde el comportamiento de la demanda de los sku sean similares y por último Luego de definir los segmentos, se debe crear un árbol de decisión que permita observar que atributos predominan en la elección de los sku por parte de los clientes, para que de alguna de esas formas se obtengan grupos de sku y correr modelos para cada grupo, reduciendo el número de variables independientes.

### 3.3.1. Modelo calibrado solo con elasticidades propias

Este modelo incorpora como variable dependiente solo el precio propio de cada SKU, además de las dummies explicativas, es decir, se le dará mayor importancia explicativa al precio propio de cada SKU, sin poder observar relaciones de complementariedad y sustitución entre los SKU.

$$\ln(Q_i) = \alpha_i + \beta_i \times \ln(P_i) + \sum_{l=1}^L \beta_{il} \times \delta_l + \varepsilon \quad (2)$$

Donde:

$Q_i$ : Demanda Semanal del SKU  $i$   
 $\alpha_i$ : Coeficiente posicional de la demanda del SKU  $i$   
 $\beta_i$ : Elasticidad Precio Propia del SKU  $i$   
 $P_i$ : Precio del SKU  $i$   
 $\beta_{il}$ : Coeficiente de proporcionalidad de la variable dummie  $l$  para el SKU  $i$   
 $\delta_l$ : Variable dummie explicativa  $l$   
 $\varepsilon$ : Error asociado a la regresión ( $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ )

### 3.1.2. Modelo calibrado con elasticidades cruzadas

El modelo a utilizar será el siguiente:

$$\ln(Q_i) = \alpha_i + \sum_{j=1}^N \beta_{ij} \times \ln(P_j) + \sum_{l=1}^L \beta_{il} \times \delta_l + \varepsilon \quad (3)$$

Donde:

$Q_i$ : Demanda Semanal del SKU  $i$

$\alpha_i$ : Coeficiente posicional de la demanda del SKU  $i$

$\beta_i$ : Elasticidad Precio Propia del SKU  $i$

$P_i$ : Precio del SKU  $i$

$\beta_{il}$ : Coeficiente de proporcionalidad de la variable dummie  $l$  para el SKU  $i$

$\delta_l$ : Variable dummie explicativa  $l$

$\varepsilon$ : Error asociado a la regresión ( $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ )

Este modelo además, buscará corregir el problema de multicolinealidad entre las variables, para ello se propone realizar un análisis factorial con las variables que se utilizarán para la regresión (las que resulten significantes al realizar una regresión preliminar), guardar la matriz de coeficientes para el cálculo de puntuaciones factoriales, de tal manera de realizar la regresión utilizando como variables independientes los factores resultantes del análisis. (El análisis factorial asegura ortogonalidad entre los factores resultantes)

Con los resultados de la regresión con los factores, se deben calcular las elasticidades volviendo a las variables originales, esto debido a que los factores son formados como una combinación lineal de las variables iniciales y los coeficientes factoriales. Por lo tanto, con la matriz de coeficientes para el cálculo de puntuaciones factoriales se pueden transformar los parámetros de la regresión con factores, a parámetros de una regresión con las variables iniciales (precios y dummies). Por lo mismo es que se debe asegurar que en la regresión con factores se incorpore la mayor cantidad de factores de tal modo de representar la mayor cantidad de varianza de los datos.

Lo anterior se resume en las siguientes fórmulas:

- Se deben calcular los factores:

$$F_i = \sum_{j=1}^n f_{ij} \times X_j \quad (4)$$

- Se efectúa la regresión con los factores

$$Y_i = \alpha_i + \sum_{l=1}^N \gamma_{il} \times F_l + \varepsilon \quad (5)$$

- Se calculan las elasticidades precio cruzadas, con la transformación inversa.

$$\beta_{ij} = \sum_{u=1}^U \gamma_{iu} \times f_{uj} \quad (6)$$

Donde:

$F_i$ : factores obtenidos a través del análisis factorial.

$f_{ij}$ : Coeficientes para el cálculo de puntuaciones factoriales.

$X_j$ : Variables iniciales, logaritmos de los precios y dummies.

$\gamma_{ij}$ : Coeficientes de la regresión usando los factores como v.i.

$Y_i$ : Variable dependiente, logaritmo de la cantidad demandada.

$\beta_{ij}$ : Elasticidades precio cruzadas corregidas mediante el analisis factorial.

Con lo anterior se busca reducir inconsistencias generadas por la alta correlación, obteniendo elasticidades con magnitudes parejas, signos correctos para observar efectos de sustitución y complementariedad y por último, que las variables que se encuentran correlacionadas aporten al modelo de manera similar

Un factor importante a considerar para evaluar los modelos, es el signo de los coeficientes que entregan. Dentro de todas las categorías, existen productos de los cuales se conocen sus sustitutos y complementarios, por lo cual, es posible verificar si el modelo está entregando resultados acorde a la realidad verificando que los signos de estos coeficientes estén correctos. Si el signo del coeficiente es positivo, entonces los productos son sustitutos y es negativo si éstos son complementarios. En segundo lugar se debe observar el R2 de los modelos. Este indicador muestra el porcentaje de variabilidad de la variable dependiente que puede ser representada por las variables independientes. Por último se debe tomar en cuenta el error de pronóstico de los modelos, evaluando estos en un conjunto de test, que servirá para evaluar la predicción. De los datos disponibles (18 meses), se utilizan los datos de los primeros 14 meses para las regresiones, los otros datos disponibles serán de utilidad para validar los parámetros y los modelos que se obtengan.

### 3.4. Optimización: determinación de precios

En esta sección se explican los modelos construidos, determinando los inputs y outputs de cada uno de ellos. Se crean 2 modelos, los cuales reflejan el beneficio que se busca maximizar dependiendo del rol de las categorías. El primero maximiza el ingreso de la categoría y el segundo modelo maximiza el Margen, ambos suponen una cantidad demandada variable. Los dos modelos tienen como variable de decisión el vector de precios de la categoría, y se deben aplicar a cada grupo de sku, formados a partir del árbol de decisión, por separado.

#### 3.4.1. Modelo Maximización de Ingresos

La función objetivo del este modelo es la maximización de los ingresos de la categoría, lo cual responde al enfoque de una categoría cuyo rol es de rutina. (La categoría en estudio es considerada de rutina: ) En la formula (7) es posible observar la función objetivo.

$$\begin{aligned} & \text{Max } f(\vec{p}) \\ & f(\vec{p}) = \sum_{i=1}^N p_i \times q_i \end{aligned} \tag{7}$$

Donde  $p_i$  es el precio del sku  $i$  y  $q_i$  es la cantidad demandada del sku  $i$ , cantidad que es función de los precios de la categoría y cuya estructura dependerá del modelo de obtención de parámetros a ocupar, es decir, puede tomar dos formas:

$$q_i = \left( \exp(\alpha_i) \times p_i^{\beta_i} \times \prod_{l=1}^L \exp(D_l \times \beta_{il}) \right) \tag{8}$$

Si se utiliza el modelo de regresión con elasticidades propias, ó

$$q_i = \left( \exp(\alpha_i) \times \prod_{j=1}^J p_j^{\beta_{ij}} \times \prod_{l=1}^L \exp(D_l \times \beta_{il}) \right) \tag{9}$$

Si se utiliza el modelo de regresión con elasticidades cruzadas.

Donde,  $\beta_{ij}$  son las elasticidades o parámetros obtenidos mediante las regresiones y  $D_i$  son las variables dummies referentes a semanas especiales.

### 3.4.2. Modelo Maximización del Margen

La función objetivo del este modelo es la maximización del margen de la categoría, lo cual responde al enfoque de una categoría cuyo rol es de conveniencia. En la ecuación 20 es posible observar la función objetivo.

$$\begin{aligned} & \text{Max } f(\vec{p}) \\ f(\vec{p}) &= \sum_{i=1}^N (p_i - c_i) \times q_i \end{aligned} \quad (10)$$

Donde  $c_i$  son los costos del sku i, y el  $q_i$  también depende del modelo regresivo como se vió anteriormente.

### 3.4.3. Restricciones de los Modelos

Cada modelo se encuentra sometido a 3 restricciones, la primera restricción se refiere a que el precio determinado debe ser inferior un porcentaje del precio promedio del SKU en las semanas previas a la optimización, una buena cota podría venir dada por el precio de la competencia. La segunda restricción indica que el precio debe ser mayor a cierto porcentaje del costo promedio del SKU. La última restricción indica que las cantidades demandadas deben ser mayores o iguales a cero.

$$\begin{aligned} & \text{s. a.} \\ & p_i \leq \text{Cte1} \times \ddot{p}_i \\ & -p_i \leq \text{Cte2} \times c_i \\ & -q_i \leq 0 \end{aligned}$$

Figura N°1. Restricciones modelo

Donde  $\ddot{p}_i$  son los precios promedio de los sku en la última semana del periodo de evaluación.

### 3.4.4. Inputs de los Modelos

Como se puede deducir los inputs de los modelos son los siguientes:

- Vector con los  $\alpha_i$  : Constantes de cada regresión, la dimensiones del vector es de nx1, donde n es el número de SKU del grupo producto estudiado.
- Matriz con los  $\beta_{ij}$ : La dimensión de la matriz es de nxm, donde m es la suma de la cantidad de SKU y la cantidad de variables dummies del modelo.

- Vector del precio promedio a nivel de SKU: precios promedios de cada SKU de la última semana del periodo de evaluación. La dimensión del vector es de  $n \times 1$ .
- Vector de los costos promedios a nivel de SKU: Costo promedio de la última semana para cada SKU. La dimensión del vector es de  $n \times 1$ .
- Vector de precios otros grupos de la categoría: Precios promedio de los otros grupos de la categoría que se definirán con un árbol de decisión. La dimensión es de  $(\# \text{ de grupos en la categoría} - 1) \times 1$ .
- Vector con parámetros de dummies según la semana: Parámetros binarios que indican el tipo de semana en la que se realizará pricing. La dimensión del vector es de  $(\# \text{ de variables dummies}) \times 1$

### **3.5. Interpretación de resultados**

En esta etapa se deben analizar los resultados obtenidos al aplicar la metodología planteada. Se espera que las elasticidades que se obtengan para la categoría posean signos negativos para el caso de las elasticidades directas y para el caso de los productos complementarios, y elasticidades negativas para el caso de productos sustitutos. Se analizarán los resultados de los modelos de optimización. Del primer modelo es posible esperar que los precios se bajen hasta que, si bien se venda un alto volumen, el precio no permita mejorar el ingreso, llegando así al óptimo. El segundo modelo, al maximizar el margen, debiera aumentar los precios. El principal foco debe ser puesto en el modelo de maximización de ingresos debido a que el rol de la categoría con la que se valida el estudio es el de rutina. Los dos modelos poseen restricciones en los precios, siendo relativamente pequeño el rango de variación posible. Es por esto, que es necesario realizar análisis de sensibilidad de los parámetros que restringen los precios, ya que podría ser una variable influyente en los resultados obtenidos.

## **4. RESULTADOS**

Como se mencionó anteriormente, se trabaja con datos a nivel agregado de un grupo de salas y con los SKU pertenecientes al grupo-pasta Pastas Largas de la categoría fideos, añadiendo como variables explicativas al modelo, los precios promedio de los grupos pastas cortas, pastinas y surtido, con el afán de mejorar el ajuste del modelo y observar efectos de sustitución y complementariedad entre los grupo pastas.

### **4.1. Aplicación Modelos Regresivos: Obtención de Elasticidades**

Con el objeto de obtener los parámetros a nivel de SKU se aplican los modelos definidos en la metodología. A partir del primer modelo se obtienen sólo elasticidades propias, mientras que con el segundo, se obtiene elasticidades cruzadas con todas aquellas variables precio que resultaron ser significativas.

Como resultado de ambas formas de llevar a cabo las regresiones, se tiene que la primera forma no entrega información sobre efectos de sustitución y complementariedad entre los SKU, efectos que si logra rescatar el segundo modelo.

**Tabla N°1. Coeficientes Regresión, Modelo Elasticidades Propias**

Producto	R <sup>2</sup>	MAPE	SKU	alpha	Variables Precios									Variables Dummies							
					lnp1655	lnp1687	lnp1689	lnp2368	lnp2373	lnp2386	lnp2387	lnp2415	lnp2416	lnp2417	Fin_Mes	Feriado	F_Patrias	Navidad	ln_Vaca		
Fideos Marca1 Spaghetti n5 25x400gr	0,46	10,1%	lnp1655	10,6	-0,468											0,1307		-0,271	0,4331		-0,211
Fideos Marca1 Tallarín 87 25x400gr	0,50	17,2%	lnp1687	11,4		-0,858										0,2865				0,1881	-0,281
Fideos Marca1 Fetuccine 88 25x400gr	0,54	20,2%	lnp1689	11,2			-0,887									0,148					-0,379
Fideos Marca2 n77 Tallarín 400gr	0,42	21,0%	lnp2368	10,4				-0,509								0,1438					-0,194
Fideos Marca2 n5 Spaghetti 400gr	0,30	15,0%	lnp2373	13,0					-0,825							0,097					-0,326
Fideos Marca3 n77 Tallarín 400gr	0,42	23,0%	lnp2386	10,9						-0,776						0,2436					-0,332
Fideos Marca3 n5 Spaghetti 400gr	0,30	18,0%	lnp2387	11,5							-0,742					0,102					-0,148
Fideos Marca4 n5 Spaghetti 400gr	0,70	25,0%	lnp2415	16,4							-1,226					0,0925	0,0707	-0,208	0,2026	0,1038	-0,11
Fideos Marca4 n78 Tallarín 400gr	0,67	23,4%	lnp2416	14,2								-1,257				0,1599				0,2054	-0,499
Fideos Marca4 n77 Tallarín 400gr	0,25	11,3%	lnp2417	13,0									-0,855					-0,522		0,265	-0,177

De la tabla anterior se puede apreciar que las elasticidades propias son consistentes ya que todas son negativas, lo cual implica que al subir el precio de los SKU se espera que la demanda caiga. En cuanto a las variables dummies, se puede observar que las significativas fueron las que representan a las semanas con fin de mes, feriados, fiestas patrias, navidad y vacaciones, siendo fin de mes y vacaciones las que explican variaciones en la demanda en casi todos los SKU.

A continuación se realizaron las regresiones con el segundo modelo, el cual considera una regresión preliminar, sin análisis factorial, la cual como se explicó previamente entrega coeficientes errados en magnitud y signo debido a la alta correlación entre las variables explicativas. Por otro lado, en la regresión preliminar algunos de los coeficientes que representan las elasticidades propias son eliminados por no ser significativos lo cual dificultaría la posterior optimización.

**Tabla N°2. Coeficientes Regresión Preliminar**

Producto	R2	SKU	alpha	Variables Precios										Variables Dummies															
				lnp1655	lnp1687	lnp1689	lnp2368	lnp2373	lnp2386	lnp2387	lnp2415	lnp2416	lnp2417	lnppc	lnpastina	lnps	Quincena	Fin_Mes	Sandwich	Sem_Sta	F_Patrias	Navidad	Año_N	ln_Vaca	Vaca				
Fideos Marca1 Spaghetti n5 25x400gr	0,62	lnp1655	10,7		-7,28								-16,80	18,26		5,72						0,07	0,20		-0,46	0,38	-0,18	-0,19	
Fideos Marca1 Tallarín 87 25x400gr	0,70	lnp1687	6,1			-5,76								3,65	-7,29	8,08	1,30					0,16	0,25	-0,26	-0,57	0,29		-0,26	
Fideos Marca1 Fetuccine 88 25x400gr	0,68	lnp1689	-6,5				10,33	4,28						-23,55	23,62	-7,46	3,20	3,89					0,36						0,37
Fideos Marca2 n77 Tallarín 400gr	0,41	lnp2368	12,4						-2,02													0,11							-0,21
Fideos Marca2 n5 Spaghetti 400gr	0,48	lnp2373	13,4																			0,09			-0,36				
Fideos Marca3 n77 Tallarín 400gr	0,58	lnp2386	-6,5					4,58	-2,62				-3,025	34,89								0,30			-0,47				-0,34
Fideos Marca3 n5 Spaghetti 400gr	0,30	lnp2387	7,7							-1,36															-4,32				-0,19
Fideos Marca4 n5 Spaghetti 400gr	0,76	lnp2415	18,4											-16,79	17,64							0,07	0,19	-0,17	-0,33	0,31			-0,10
Fideos Marca4 n78 Tallarín 400gr	0,78	lnp2416	12,1							-1,88													0,33		-0,32				-0,41
Fideos Marca4 n77 Tallarín 400gr	0,29	lnp2417	12,9													-3,08	-4,32										0,31		-0,19

Debido a lo anterior es que se seleccionan las variables significativas de la regresión preliminar, teniendo cuidado de incorporar los precios propios de cada SKU, y de esta forma correr el análisis factorial, con cuyas dimensiones se estiman regresiones que mediante transformaciones lineales entregan los coeficientes que representan las elasticidades para cada SKU.

Los parámetros obtenidos para los 10 SKU del grupo Pastas Largas, según la segunda forma ya explicada, se muestran a continuación en la tabla n°3.

**Tabla N°3. Coeficientes Regresión, Modelo Elasticidades Cruzadas**

Producto	R2	MAPE	SKU	alpha	Variables Precios										Variables Dummies										
					inp1655	inp1687	inp1689	inp2368	inp2373	inp2386	inp2387	inp2415	inp2416	inp2417	inpcc	ppastina	laps	Quincena	Fin_Mes	Sandwich	Sem_Sta	F_Patrias	Navidad	Año_N	Ini_Vaca
Fideos Marca1 Spaghetti n5 25x400gr	0,45	9,1%	inp1655	10,6	-0,10	-0,09							-0,10	-0,10		-0,09		0,11	0,14		-0,27	0,31	-0,17		-0,18
Fideos Marca1 Tallarin 87 25x400gr	0,50	13,8%	inp1687	11,5		-0,17								-0,18	-0,18	-0,17	-0,14	0,26	0,00	-0,25	-0,17	0,50			-0,30
Fideos Marca1 Fetuccine 88 25x400gr	0,63	28,0%	inp1689	9,6		-0,65	-0,13		-3,26				0,13	0,12	-0,27	-0,50	2,60		0,35						-0,24
Fideos Marca2 n77 Tallarin 400gr	0,47	20,0%	inp2368	12,4	0,71		0,72	-1,23	-1,24									0,15							-0,18
Fideos Marca2 n5 Spaghetti 400gr	0,35	13,0%	inp2373	13,2	0,64	-0,22	0,64		-2,04									0,10			-0,34				
Fideos Marca3 n77 Tallarin 400gr	0,33	17,0%	inp2386	9,4		-0,06		-0,06	-0,06	-0,07	-0,07				-0,06	-0,02		0,29			-0,31				-0,36
Fideos Marca3 n5 Spaghetti 400gr	0,19	15,0%	inp2387	11,3		-0,17			-0,17	-0,17					-0,17						0,14				-0,12
Fideos Marca4 n5 Spaghetti 400gr	0,62	19,7%	inp2415	16,7		-0,32				-0,33	-0,33				-0,32		0,05	0,11	-0,14	-0,04	0,26				-0,10
Fideos Marca4 n78 Tallarin 400gr	0,63	15,0%	inp2416	14,2					-0,33		-0,34			-0,33	-0,32			0,33	0,34						-0,44
Fideos Marca4 n77 Tallarin 400gr	0,20	11,4%	inp2417	12,9									-0,29	-0,29	-0,28									0,21	-0,18

Cabe recordar que los coeficientes obtenidos con esta metodología representan las elasticidades precio-demanda y elasticidades cruzadas para cada SKU. Es fácil darse cuenta que las magnitudes de los coeficientes son mucho menores que los de la regresión preliminar.

De las tablas n°1 y n°3 se puede apreciar que los modelos captan de buena forma las elasticidades precio propias, ya que están son negativas, sin embargo con el primer modelo no se pueden observar efectos sobre la demanda de cada SKU provocado por variaciones en los precios de los demás SKU. Por otro lado, se puede apreciar que ambos modelos presentan en promedio ajustes y pronósticos muy similares.

Los principales resultados de los modelos estudiados se resumen en los siguientes puntos:

- Dentro del grupo pastas largas de la categoría fideos existen mayores relaciones de complementariedad que de sustitución. Existen efectos de sustitución con los otros grupos de pastas, todo lo anterior refleja el comportamiento de los clientes mayoristas dentro de la cadena e supermercado.
- Se puede ver que existen relaciones de complementariedad en fideos de distinto tipo dentro de las mismas marcas, lo que es una oportunidad de negocio para los proveedores o para el mismo retail, ya que pueden realizar acciones comerciales como por ejemplo packs de productos con el fin de incrementar las ventas.

#### 4.2. Aplicación del Modelamiento de Optimización

En este punto se muestran los resultados obtenidos al aplicar los modelos de optimización a los SKU que representan al grupo pastas largas de la categoría fideos, tomando como input los parámetros encontrados con cada uno de los modelos de regresiones planteados anteriormente.

Cabe destacar que los límites de los precios se determinan, por juicio de experto, como por ejemplo un porcentaje del costo promedio de cada SKU como límite inferior y el límite superior como un porcentaje razonable y aplicable en sala del precio promedio a nivel de SKU de la última semana del periodo de evaluación. Para este caso se utilizó una banda de precios en torno al precio promedio actual de cada SKU de un 8% adicional para el límite superior y un 8% por debajo del precio actual para el límite inferior. Los resultados obtenidos se comparan con la última semana normal del periodo en estudio, la cual forma parte del conjunto test, es decir no fue utilizada para los modelos de regresiones, sino que para validarlas y obtener errores de pronósticos.

**Tabla Nº3. Situación Actual y Luego de Aplicar Modelo Optimización y Elasticidades Propias**

SKU	P actual	Q actual	Costos	P ING	% P	Q ING	% Q	P MG	% P2	Q MG	% Q2
Fideos Marca1 Spaghetti n5 25x400gr	\$ 346	2690	\$ 301	\$ 374	8%	2471	-8%	\$ 374	8,0%	2471	-8%
Fideos Marca1 Tallarin 87 25x400gr	\$ 347	625	\$ 306	\$ 374	8%	559	-11%	\$ 374	8,0%	559	-11%
Fideos Marca1 Fetuccine 88 25x400gr	\$ 347	535	\$ 306	\$ 374	8%	394	-26%	\$ 374	8,0%	394	-26%
Fideos Marca2 n77 Tallarin 400gr	\$ 201	2460	\$ 182	\$ 217	8%	2158	-12%	\$ 217	8,0%	2158	-12%
Fideos Marca2 n5 Spaghetti 400gr	\$ 201	7670	\$ 182	\$ 217	8%	5053	-34%	\$ 217	8,0%	5053	-34%
Fideos Marca3 n77 Tallarin 400gr	\$ 192	1245	\$ 170	\$ 207	8%	865	-31%	\$ 207	8,0%	865	-31%
Fideos Marca3 n5 Spaghetti 400gr	\$ 192	2835	\$ 170	\$ 207	8%	1904	-33%	\$ 207	8,0%	1904	-33%
Fideos Marca4 n5 Spaghetti 400gr	\$ 346	7195	\$ 310	\$ 318	-8%	10855	51%	\$ 374	8,0%	8918	24%
Fideos Marca4 n78 Tallarin 400gr	\$ 346	760	\$ 310	\$ 318	-8%	1051	38%	\$ 374	8,0%	859	13%
Fideos Marca4 n77 Tallarin 400gr	\$ 346	2775	\$ 311	\$ 374	8%	2783	0,3%	\$ 374	8,0%	2783	0%
PPRom/suma Q	\$ 286	28790		\$ 298	4,1%	28092	-2%	\$ 309	8,0%	25963	-10%
Ingresos	\$ 7.869.504			\$ 8.252.500	5%			\$ 8.116.100	3%		
Margen	\$ 974.421			\$ 874.590	-10%			\$ 1.399.100	44%		
Unidades	28790			28092	-2%			25963	-10%		
Precio promedio Ponderado	\$ 273			\$ 294	7%			\$ 313	14%		
# precios Lsuperior 1.15*pact				8				10			
# precios Linferior 0.85*pact				2				0			

En la tablas n°3 y n°4 es posible observar lo que ocurre con la variable precio, ingresos, margen y cantidad demandada de la categoría, de donde se puede rescatar, que tal como se esperaba, el modelo que maximiza ingresos es el que entrega mayores ingresos, el que maximiza margen entrega mayor margen. Un aspecto interesante es que en el primer modelo, al maximizar los ingresos, los SKU a los cuales el modelo disminuye los precios son aquellos que presentan elasticidades propias menores a -1 y sube los precios a los SKU con elasticidades propias mayores a -1. Esto es coherente ya que si se piensa maximizar ingresos se disminuye el precio a aquellos SKU en los que se causara mayor impacto en la demanda.

**Tabla Nº4. Situación Actual y Luego de Aplicar Modelo Optimización y Elasticidades Cruzadas**

SKU	P actual	Q actual	Costos	P ING	% P	Q ING	% Q	P MG	% P2	Q MG	% Q2
Fideos Marca1 Spaghetti n5 25x400gr	\$ 346	2690	\$ 301	\$ 374	8%	2547	-5%	\$ 374	8,0%	2507	-7%
Fideos Marca1 Tallarin 87 25x400gr	\$ 347	625	\$ 306	\$ 319	-8%	637	2%	\$ 319	-8,0%	618	-1%
Fideos Marca1 Fetuccine 88 25x400gr	\$ 347	535	\$ 306	\$ 374	8%	509	-5%	\$ 374	8,0%	308	-42%
Fideos Marca2 n77 Tallarin 400gr	\$ 201	2460	\$ 182	\$ 185	-8%	2961	20%	\$ 217	8,0%	1993	-19%
Fideos Marca2 n5 Spaghetti 400gr	\$ 201	7670	\$ 182	\$ 185	-8%	7349	-4%	\$ 217	8,0%	5298	-31%
Fideos Marca3 n77 Tallarin 400gr	\$ 192	1245	\$ 170	\$ 207	8%	1145	-8%	\$ 207	8,0%	1121	-10%
Fideos Marca3 n5 Spaghetti 400gr	\$ 192	2835	\$ 170	\$ 207	8%	2127	-25%	\$ 207	8,0%	2127	-25%
Fideos Marca4 n5 Spaghetti 400gr	\$ 346	7195	\$ 310	\$ 374	8%	10174	41%	\$ 374	8,0%	9650	34%
Fideos Marca4 n78 Tallarin 400gr	\$ 346	760	\$ 310	\$ 318	-8%	939	24%	\$ 374	8,0%	890	17%
Fideos Marca4 n77 Tallarin 400gr	\$ 346	2775	\$ 311	\$ 374	8%	2912	4,9%	\$ 374	8,0%	2912	5%
PPRom/suma Q	286	28790		\$ 292	1,9%	31300	9%	\$ 304	6,1%	27425	-5%
Ingresos	\$ 7.869.504			\$ 9.123.298	16%			\$ 8.535.500	8%		
Margen	\$ 974.421			\$ 1.219.800	25%			\$ 1.428.000	47%		
Unidades	28790			31300	9%			27425	-5%		
Precio promedio Ponderado	\$ 273			\$ 291	7%			\$ 311	14%		
# precios Lsuperior 1.08*pact				6				9			
# precios Linferior 0.92*pact				4				1			

Lo anterior ocurre en ambos modelos, sin embargo bajo el modelo de elasticidades cruzadas se obtiene mejores resultados lo cual es atribuible a que se captan los efectos en la demanda de los SKU causados por los otros SKU de la categoría. Dado lo anterior es que se recomienda utilizar el modelo de elasticidades cruzadas para obtener precios óptimos que entreguen mejores resultados.

Los principales resultados de los modelos estudiados se resumen en los siguientes puntos:

- Los modelos de optimización generar mejores resultados son los modelos que incluyen elasticidades cruzadas debido a la captación de efectos de sustitución y complementariedad.
- El modelo con solo elasticidades propias al maximizar ingresos aumenta los precios de los SKU cuyas elasticidades son de mayor magnitud ( $e < -1$ ) y aumenta los precios a aquellos que presentan elasticidades más pequeñas ( $-1 < e < 0$ )
- El modelo que determina los precios tales que se obtenga un mayor ingreso es el modelo de maximización de ingresos con elasticidades cruzadas, obteniendo en el caso del grupo pastas largas de la categoría fideos un aumento de un 16%, mientras que con el modelo de elasticidades propias se obtiene solo un 5% de aumento en el ingreso .
- El modelo que determina los precios tales que se obtenga un mayor margen es el modelo de maximización de margen con elasticidades cruzadas, sin embargo la diferencia no es tan notoria como en el caso anterior, debido a que en ambos casos la mayoría de los precios son incrementados al límite, obteniendo un aumento de un 47% con el modelo con elasticidades cruzadas y un aumento de un 44% con el modelo de elasticidades propias.
- La aplicación de uno u otro modelo dependerá del rol que cumpla la categoría que se desee estudiar o las decisiones tácticas y/o estratégicas de la empresa.
- Se realizó un análisis de sensibilidad sobre los dos modelos de optimización y los límites inferior y superior de los precios, con el cual se pudo observar que son sensibles a estos parámetros. Es por esto que cobra mayor importancia la ayuda de la experiencia de proveedores, competencia, etc. que se resume en un buen juicio experto que determine límites de acuerdo al mercado y que evite caer en pérdidas en vez de beneficios al aplicar la metodología.

## **CONCLUSIONES**

Se presenta una metodología detallada para la obtención de precios óptimos, la cual permite la aplicación sobre datos agregados de grupos de sucursales y por ende puede reducir tiempos y costos de ejecución, además se consigue una mejora en eficiencia y productividad dada la manera en que son calculadas las elasticidades dentro de la categoría, lo que permite obtener resultados más confiables.

Para este tipo de estudios es de suma importancia la calidad de datos, ya que esto depende en gran parte los análisis y conclusiones, si bien las bases de datos están más adecuadas para análisis como los descritos en este trabajo, aun así se necesita efectuar limpiezas y tratamiento de los datos, lo cual se debe tener en cuenta cada vez que se realicen estos estudios ya que la limpieza, y el preprocesamiento de datos en conjunto con crear las bases analíticas necesarias utilizan cerca del 30% del tiempo, lo que no es menor si se trata de metodologías nuevas y largas, más aun en un mercado tan dinámico como es el Retail.

A través de los datos transaccionales se demuestra que los dos modelos creados para obtener las elasticidades se ajustan y pronostican de manera muy similar a la demanda real (MAPE: 16% aprox). Ambos modelos relacionan el logaritmo natural de la cantidad demandada con el o los precios de los SKU de la categoría en estudio. Estos modelos, mediante regresiones lineales obtienen los parámetros que deben ser utilizados como input para los modelos de optimización. El primer modelo solo utiliza elasticidades propias mientras que el segundo utiliza

elasticidades cruzadas, y por ende este modelo arroja un output más, los productos sustitutos, complementarios y la intensidad de ambos dentro de la categoría estudiada. Este segundo modelo que incorpora elasticidades cruzadas, utiliza previamente un análisis factorial para evitar la alta correlación entre los precios (alta dependencia entre las variables explicativas invalidarían las regresiones). Gracias a este análisis se logra mejorar las elasticidades obtenidas corrigiendo problemas con altas magnitudes, cambios de signo y por último, logra que precios que están muy correlacionados aporten a los modelos de manera similar. Este es uno de los resultados más relevantes de este trabajo ya que se gana en interpretabilidad de las relaciones entre productos y por ende los precios óptimos calculados permiten mejores rendimientos de la categoría.

Se crean 2 modelos de optimización, donde las grandes diferencias están marcadas por las funciones objetivo, la cuales dependen del rol y la estrategia que se quiera seguir para cada categoría. El primer modelo maximiza los ingresos y el segundo maximiza el margen, las restricciones de los modelos vienen dadas por el rango de precios dentro del que pueden variar los precios para encontrar el óptimo. Se pudo mostrar que los modelos al tener como input el comportamiento del consumidor frente a cambios en el precio, permiten observar oportunidades de aumentar los beneficios que no son observados actualmente. Además se pudo demostrar que los modelos de optimización entregan mejores resultados teniendo como inputs los modelos regresivos que utilizan elasticidades cruzadas por sobre los que entregan solo las elasticidades propias, debido a que logran captar mejor los efectos de otros SKU o tipos de SKU sobre la demanda de cada producto, Es posible ver que los modelos, en general, toman en cuenta la sensibilidad de los productos frente a cambios en los precios, disminuyendo aquellos precios en los cuales los productos son más sensibles (magnitud de la elasticidad más alta) y aumentando los precios de los productos menos sensibles (magnitud de la elasticidad baja), esto indica que los modelos se adaptan al comportamiento de los clientes y se puede ver reflejado en los mayores beneficios que se logran obtener al aplicar los modelos a las distintas categorías.

Se puede observar que al aplicar los dos primeros modelos, maximización de ingresos y de margen, se obtienen precios que permiten aumentar los beneficios de la categoría, sin embargo, en la mayoría de los casos, los precios determinados activan las restricciones de límite de precios, por lo cual cobra real importancia la fijación de estos precios límites, teniendo cuidado de que estos límites no sean muy extremos ya que no se conoce la reacción de los clientes frente a cambios muy drásticos y como la proyección del ingreso y margen se realiza con respecto a una regresión, está podría sufrir cambios notorios ante estas variaciones. Dado lo último es que se recomienda un estudio de la aplicación de estas metodologías en una sala de ventas real, donde se analice el comportamiento de los clientes, ya que solo de los modelos teóricos no es posible comprobar lo anterior. Adicionalmente se recomienda utilizar los outputs de los modelos regresivos, es decir, la tabla de elasticidades propias y cruzadas, ya que con el conocimiento de los efectos de los precios de ciertos productos sobre otros se pueden crear estrategias adicionales a las de precios, como por ejemplo promociones, packs de productos, etc. que generen beneficios adicionales tanto a los proveedores como a la cadena de retail.

Se plantea como trabajos futuros agregar variables de marketing (promociones, ofertas, etc.) al modelo econométrico utilizado para obtener los parámetros. Ello permitirá obtener mejores aproximaciones de la reacción de los clientes frente al precio. Sería interesante probar nuevos modelos, más complejos (por ejemplo, un modelo bayesiano, el cual permitiría actualizar información sobre los parámetros con información contenida en las observaciones), con el fin de obtener mejores aproximaciones al estimar las elasticidades y quizás mejorar en función de estas la segmentación de salas de venta. Un último aspecto a considerar en futuros trabajos podría ser la de estimación de precios enfocándose en segmentos de clientes, esto debido a la implementación y al desarrollo de los clubes de fidelización de crédito asociados a los retail lo cual permitiría realizar análisis enfocados en los distintos tipos de clientes.

## REFERENCIAS

Bustos C. (2006). Determinación de precios base para una categoría de productos. Tesis de Ingeniería Civil Industrial. Universidad de Chile.

Elmaghraby & Keskinocak (2003). Dynamic Pricing in the Presence of Inventory Considerations: Research Overview. *School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta*.

Guadagni & Little (1983). A Logit Model of Brand Choice Calibrated on Scanner Data, *Marketing Science*, Vol. 2, No. 3, pp. 203-238.

Kamakura & Russell (1989). A Probabilistic Choice Model for Market Segmentation and Elasticity Structure. *Journal of Marketing Research*, Vol. 26, No. 4, pp. 379-390.

Montgomery A. (1997). Creating Micro-Marketing Pricing Strategies Using Supermarket Scanner Data, *Marketing Science*, Vol. 16, No. 4, pp. 315-337.

Reibstein & Gatignon (1983). Optimal Product Line Pricing- The Influence of Elasticities and Cross Elasticities. *Journal of Marketing Research*, Vol. 21, No. 3. (Aug., 1984), pp. 259-267.